EXERCICE№25

1) f(x) =$cosx - x$

f ′ (x) = $-(1 + sinx) < 0$

pour tout $x \in [\ 0, \frac{\pi}{2}]$

d'où f est strictement décroissante sur $[\ 0, \frac{\pi}{2}]$

2) f est continue sur $[\ 0, \frac{\pi}{2}]$

f(0) × f($\frac{\pi}{2}$) = - $\frac{\pi}{2} < 0$ d'où il existe un réel $a \in]\ 0, \frac{\pi}{2}[$ tel que f(a) = 0

comme f est strictement décroissante sur $[\ 0, \frac{\pi}{2}]$ alors a est unique

3) (calculatrice) $0{,}7<a<0{,}8 \Rightarrow$ $a \approx 0{,}7$

EXERCICE№26

G(x) = f(x) - x

1) g(0) × g(1) = f(0) × (f(1) − 1) ≤ 0 car f(0)et(f(1) ∈[0, 1]

2) g est continue sur [0, 1] et g(0) × g(1) ≤ 0

d'où l'équation g(x) = 0 admet au moins une solution α ∈[0, 1]

par suite α est une solution de l'équation f(x) = x

application

soit f(x) = cos $\left(\frac{\pi}{2}x\right)$; f'(x) = - $\frac{\pi}{2}$ sin $\left(\frac{\pi}{2}x\right) \leq 0$

pour $x \in [\ 0, 1]$

f est décroissante sur [0, 1]

f([0, 1]) = [f(1), f(10)] = [0, 1]

d'après 2) l'équation f(x) = x admet au moins une solution α ∈[0, 1].

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn